

CIT  
MAGA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN  
E TECNOLOXÍA MATEMÁTICA  
DE GALICIA



# M4 CoLab Days



UNIVERSIDADE DA CORUÑA



Universidade de Vigo

**Título**

“Caracterización da controlabilidade de biosistemas dinámicos mediante análise de simetrías”

**Persoa que propón**

Alejandro Fernández Villaverde

**Correos de contacto**

afvillaverde@uvigo.gal

**Áreas de investigación**

- M4 Ciencia e Coñecemento
- M4 Sociedade Dixital
- M4 Vida e Sostibilidade
- M4 Competitividade Industrial

**Resumo**

A motivación deste proxecto ven dado polo interese en determinar certas propiedades dinámicas de sistemas biolóxicos como, por exemplo, unha rede de sinalización celular. Conceptualmente, a pregunta é: “é posíbel conducir este sistema desde o seu estado inicial a outro estado final desexado, mediante unha acción de control?”. Para un sistema linear esta pregunta correspóndese coa controlabilidade, e é razoabelmente sinxela de resolver; a metodoloxía para analizar a controlabilidade de sistemas lineares foi establecida na teoría de control xa nos anos 60.

Porén, a maioría dos sistemas biolóxicos que nos interesan son non-lineares (descritos por ecuacións diferenciais ordinarias afíns nas

entradas), e a xeneralización da controlabilidade ao caso non-linear é problemática. En lugar dunha única propiedade, que poderíamos chamar “controlabilidade non-linear”, teñen sido definidas varias propiedades relacionadas pero diferentes (“accesibilidade”, “controlabilidade local débil”, etc). No sucesivo referirémonos a elas simplemente como “accesibilidade”, concepto que usaremos para referirnos, grosso modo, á posibilidade de mover un sistema desde un punto inicial a un entorno de dimensión completa.

Na teoría de control existen condicións suficientes e necesarias para determinar a accesibilidade de sistemas non-lineares usando ferramentas de xeometría diferencial (corchetes de Lie, etc). A súa aplicación pode indicar se un sistema presenta falta de accesibilidade, pero non proporciona máis información (por exemplo, non di cal é o subsistema accesíbel, se existe).

Nótese que, pola contra, para o estudo da observabilidade e identificabilidade estrutural existen métodos baseados en xeometría diferencial que buscan as simetrías de Lie admitidas por un modelo, e explican a eventual falta de observabilidade e/ou identificabilidade como consecuencia da existencia de simetrías (e poden determinar o subsistema observábel e identificábel). Tamén existen, para o caso de sistemas racionais, métodos de álgebra diferencial que analizan a observabilidade/identificabilidade de forma

global (ao contrario que os anteriormente citados, que o fan de forma local).

Por tanto, este proxecto propón basearse en métodos destes tipos (ou outros) para conseguir os seguintes

#### OBXECTIVOS:

Dado un sistema non-linear definido por ecuacións diferenciais ordinarias, con unha ou máis entradas de control, e para o cal podemos determinar a súa accesibilidade, queremos;

- Determinar o subsistema accesible.
- Explicar a falta de accesibilidade en termos da existencia de simetrías ou invarianzas nas ecuacións do sistema.

#### Coñecementos específicos de utilidade para o desenvolvemento da proposta?

Teoría de control non-linear, Sistemas dinámicos non-lineares, Ecuacións diferenciais ordinarias.

#### Información adicional

Artigos:

Lewis AD. A brief on controllability of nonlinear systems. Preprint, <https://mast.queensu.ca/~andrew/notes/abstracts/2001a.html> 2001

Sussmann HJ. A general theorem on local controllability. SIAM J Contr Optim 1987; 25(1): 158–194.

Hermann R, Krener AJ. Nonlinear controllability and observability. IEEE Trans Autom Contr 1977; 22(5): 728–740.

Carravetta F, Sarafrazi MA, Bartosiewicz Z, Köttä Ü. A test for the generic strong accessibility of meromorphic nonlinear systems. IEEE Trans Autom Control 2019; 65(2): 867–873.

Sarafrazi MA, Köttä Ü, Bartosiewicz Z. Finite determination of accessibility and singular points of nonlinear systems: An algebraic approach. Syst Control Lett 2020; 136: 104600

Libros:

Vidyasagar M. Nonlinear systems analysis. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall . 1993.

Sontag ED. Mathematical control theory: deterministic finite dimensional systems. Springer Science & Business Media 2013.

Isidori A. Nonlinear control systems II. Springer London; 2013.

Nijmeijer H, Van der Schaft A. Nonlinear dynamical control systems. New York: Springer-verlag; 1990 Apr 1.

Software:

<https://github.com/afvillaverde/NLcontrollability>

**Título**

“Modelos matemáticos basados en ecuaciones de Stieltjes. Aplicaciones al control de la avispa velutina en Galicia”

**Persoas que propoñen**

Fernando Adrián Fernández Tojo / Francisco Javier Fernández Fernández

**Correos de contacto**

fernandoadrian.fernandez@usc.es /  
fjavier.fernandez@usc.es

**Áreas de investigación**

- M4 Ciencia e Coñecemento
- M4 Sociedade Dixital
- M4 Vida e Sostibilidade
- M4 Competitividade Industrial

**Resumo**

Las ecuaciones diferenciales de Stieltjes, que contienen a las ecuaciones con impulsos y a las ecuaciones en escalas de tiempo como casos particulares, consisten en sustituir las derivadas habituales en tiempo por derivadas en tiempo con respecto a una función no decreciente y continua por la izquierda. Son especialmente interesantes para estudiar poblaciones que exhiben estados latentes (hibernación) y/o períodos de reproducción muy cortos (eclosión de individuos).

En este trabajo proponemos estudiar la posible aplicación de las ecuaciones parabólicas con derivada en tiempo de Stieltjes al estudio de la

dispersión y control de la avispa velutina en Galicia. La ventaja de considerar la variable espacial en el modelo matemático nos permite estudiar situaciones en las que las ecuaciones diferenciales ordinarias no son adecuadas.

**Coñecementos específicos de utilidade para o desenvolvemento da proposta?**

Conocimientos de análisis matemático de ecuaciones en derivadas parciales parabólicas.

Conocimientos de análisis matemático de problemas de control óptimo.

Métodos numéricos para la resolución de EDPs.

**Información adicional**

F. J. Fernández, I. Márquez Albés, F. A. F. Tojo, On first and second order linear Stieltjes differential equations, *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 511 (1) (2022) 126010.

F. J. Fernández, F. A. F. Tojo, Numerical solution of stieltjes differential equations, *Mathematics* 8 (9) (2020).

I. Area, F.J. Fernández, J.J. Nieto, F.A.F. Tojo, Concept and solution of digital twin based on a Stieltjes differential equation, *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, Vol. 45 (2), 7451-7465 (2022).

Fernández, F. J., and Tojo, F. A. F. Stieltjes bochner spaces and applications to the study of parabolic equations. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 488, 2 (2020), 124079.

**Título**

“Análise e simulación de algoritmos de detección de contacto nun contexto industrial”

**Persoa que propón**

Miguel Brozos Vázquez

**Correos de contacto**

miguel.brozos.vazquez@udc.gal

**Áreas de investigación**

- M4 Ciencia e Coñecemento
- M4 Sociedade Dixital
- M4 Vida e Sostibilidade
- M4 Competitividade Industrial

**Resumo**

O obxectivo xeral desta proposta é o de crear, utilizar e facer simulacións con algoritmos de detección de contacto que sexan implementados nun contexto real como, por exemplo, unha fábrica ou unha nave industrial onde haxa vehículos autónomos ou brazos robóticos nos que cómpre detectar posibles colisións.

Máis polo miúdo, un problema de amplo espectro que xorde na conducción de vehículos autónomos, no movemento de brazos robóticos ou no deseño asistido por ordenador, é o de detectar se dous obxectos colisionan ou están a piques de colisionar. Para isto, véñense utilizando distintas superficies que permiten modelar os obxectos susceptibles de entrar en contacto, pero hai dous problemas

fundamentais: o primeiro é que estas superficies modelen adecuadamente o obxecto, aproximándoo suficientemente, e o segundo é que saibamos/poidamos detectar o contacto entre as superficies utilizadas. Dispoñemos de algoritmos que nos permiten detectar o contacto entre superficies cuádricas (onde unha delas é un elipsoide satisfacendo unhas certas condicións). O que pretendemos é poñelo en práctica nun contexto onde poida resultar de utilidade. Para iso, un bo exemplo sería o que proporciona unha fábrica onde se moven certos drons ou brazos robóticos, onde se pode crear un mapa do contexto a base de superficies cuádricas (ou combinacións delas) para logo simular o movemento dun obxecto e ver como responden os algoritmos utilizados. Este proceso require de diversas análises intermedias en canto a robustez, eficiencia etc.

**Coñecementos específicos de utilidade para o desenvolvemento da proposta?**

Cuádricas e xeometría proxectiva.

Modelado de obxectos por superficies cuádricas.

Simulación numérica de movemento de vehículos autónomos ou brazos robóticos.

**Información adicional**

Algúns dos resultados previos fundamentais neste ámbito de estudo inclúense nas referencias seguintes:

- Brozos-Vázquez, M.; Pereira-Sáez, M. J.; Rodríguez-Raposo, A. B.; Souto-Salorio, M. J.; Tarrío-Tobar, A. D. Contact detection between a small ellipsoid and another quadric. *Comput. Aided Geom. Des.* 98, 18 p. (2022).
- Brozos-Vázquez, M., Pereira-Sáez, M.J., Souto-Salorio, M.J., Tarrío-Tobar, A.D. Classification of the relative positions between a hyperboloid and a sphere. *Math. Methods Appl. Sci.* 41 (13), ( 2018) 5274–5292.
- Tu, C., Wang, W., Mourrain, B., Wang, J., Using signature sequences to classify intersection curves of two quadrics. *Comput. Aided Geom. Des.* 26 (3), ( 2009) 317–335.
- Wang, W., Wang, J., Kim, M.-S., An algebraic condition for the separation of two ellipsoids. *Comput. Aided Geom. Des.* 18 (6), (2001) 531–539.

**Título**

“Análisis topológico de datos”

**Persoa que propón**

Antonio Gómez Tato

**Correos de contacto**

antonio.gomez.tato@usc.es

**Áreas de investigación**

- M4 Ciencia e Coñecemento
- M4 Sociedade Dixital
- M4 Vida e Sostibilidade
- M4 Competitividade Industrial

**Resumo**

La biología moderna se ha convertido en una ciencia muy rica en datos y por lo tanto dependiente de las matemáticas para su estudio e interpretación. El análisis topológico de datos (TDA) asocia invariantes homológicas a nubes de puntos que podemos pensar como una muestra aleatoria de un espacio métrico. Las técnicas de TDA están demostrando su utilidad en el análisis exploratorio de datos genómicos y en el estudio de procesos evolutivos, pero para poder responder adecuadamente a las cuestiones científicas que se pretenden estudiar a partir de los datos, necesitamos recurrir a técnicas estadísticas para analizar los invariantes homológicos y topológicos obtenidos.

El objetivo del proyecto es el estudiar, desde el punto de vista de la inferencia estadística los invariantes que nos proporcionan las técnicas del análisis topológico de datos haciendo énfasis especial en el análisis de datos "ómicos" o/y de evolución.

**Coñecementos específicos de utilidade para o desenvolvemento da proposta?**

---

**Información adicional**

---

## Título

“Identifying Universal Categories”

## Persoa que propón

Cristina Costoya

(coa colaboración de Antonio Viruel)

## Correo de contacto

cristina.costoya@udc.es

## Áreas de investigación

- M4 Ciencia e Coñecemento
- M4 Sociedade Dixital
- M4 Vida e Sostibilidade
- M4 Competitividade Industrial

## Resumo

Identifying Universal Categories

How to play: we give you an abstract group  $G$  and a category  $C$ . Then, you have to find an object  $X$  in  $C$  such that its automorphisms group is isomorphic to the group  $G$ . If you are able to find such an object  $X$ , we say that  $G$  is realizable in  $C$ . If moreover you are able to prove that all the groups are realizable in  $C$ , then  $C$  is said a universal category (and you win!).

Although it is a very easy question to understand, it is hard work to prove that a category  $C$  is universal. Hence, sometimes instead of tackling all groups in general, we study certain families of groups satisfying a given nice property  $P$ . Then, if all the groups in that, let us say  $P$ -family, are realizable in  $C$ , we

say that  $C$  is a  $P$ -ly universal category (and you  $P$ -win!). In this framework, one of the most studied properties in literature is  $P =$  “being finite”, and categories where finite groups are realizable are called finitely universal categories.

The following are important examples in literature:

- For  $C =$  Graphs: it is proved by Frucht that it is a finitely universal category (indeed, it is also a universal). (Frucht, R. Herstellung von Graphen mit vorgegebener abstracter Gruppe, *Compositio Mathematica*, 6, 239-259, 1938).
- For  $C =$  Finite dimensional Algebras: it was proved by Gordeev and Popov that it is a  $P$ -ly universal, where  $P =$  being an algebraic linear group. (Gordeev, Nikolai L. and Popov, Vladimir L., Automorphism groups of finite dimensional simple algebras, *Annals of Mathematics*, 158(3), 1041–1065, 2003).
- 3.- For  $C =$  Hyperbolic Manifolds: it was proved by Belolipetsky and Lubotzky that it is a finitely universal category. (Belolipetsky, M. and Lubotzky, A. Finite groups and hyperbolic manifolds, *Inventiones Mathematicae*, 162(3), 459--472, 2005).
- For  $C =$  HoTop (the homotopy category of topological spaces): it was proved by Costoya and Viruel that it is a finitely universal category. (Costoya, C. and Viruel, A., Every finite group is the group of self-homotopy equivalences of an elliptic space, *Acta Mathematica*, 213(1), 49–62, 2014).



- For  $C=HoCDGA$  (the homotopy category of commutative differential graded algebras) it was proved by Costoya and Viruel (reference below) that it is a P-ly universal category for the property  $P=$  “being orthogonal”. Observe that this is more general than being finitely universal, as every finite group is an orthogonal group. (Costoya, C. and Viruel, A., On the realizability of group actions, *Advances in Mathematics*, 336, 299–315, 2018).
- For  $C = AlgEv$  (the category of evolution algebras): it was proved by Costoya et al. that it is finitely universal. (Costoya, C., Ligouras, P., Tocino, A. and Viruel, A. Regular evolution algebras are universally finite, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 150(3), 919–925, 2022). Surprisingly enough, some categories that one might expect to be universal (or finitely universal) fail to be:
- For  $C = Groups$ : it is not a finitely universal category (!). It is an easy exercise to prove that the group of integers mod  $p$ , for  $p$  any odd number, is not realizable in  $C$ . The main objectives of this research project are:
  - a. choose your favorite category  $C$ , use specific tools associated to it and prove that  $C$  is a universal category. If this is too hard,
  - b. finds an interestingly enough property  $P$  and prove that your favorite category is P-ly universal.

### Coñecementos específicos de utilidade para o desenvolvemento da proposta?

Conocimientos básicos de teoría de grupos, de teoría de categorías, y en homotopía racional (deseable).

### Información adicional

Ádemas de las referencias citadas en la descripción del proyecto:

Babai, L. (1981). On the abstract group of automorphisms. *Combinatorics* (ed. HNV Temperley), *London Math. Soc. Lecture Notes*, 52, 1-40.

Babai, L. (1996). Automorphism groups, isomorphism, reconstruction. In *Handbook of combinatorics* (vol. 2) (pp. 1447-1540).

**Título**

“Deseño dun xemelgo dixital para a caracterización de fondos mariños”

**Persoas que propoñen**

Andrés Prieto Aneiros/ Mercedes Conde Amboage

**Correos de contacto**

andres.prieto@udc.es /  
mercedes.amboage@usc.es

**Áreas de investigación**

- M4 Ciencia e Coñecemento
- M4 Sociedade Dixital
- M4 Vida e Sostibilidade
- M4 Competitividade Industrial

**Resumo**

A caracterización de fondos mariños en contornas costeiras realízase habitualmente mediante medidas acústicas efectuadas grazas a sondas acústicas. Neste proceso de medida, as propiedades físicas do fondo mariño tratan de determinarse cualitativamente a partir das curvas de intensidade acústica que veñen reflexadas do fondo. Aínda que este proceso físico é relativamente sinxelo está sometido a unha multitude de fontes de ruído que poden perturbar o sinal recibido, xa sexan debido ao movemento do equipo da sonda na superficie da auga, o fluxo subxacente das correntes mariñas, o variabilidade da batimetría do fondo, etc. Nesta proposta, propónse explorar a

combinación dos modelos sonar dunha ecosonda mono-feixe (mono ou bi-frecuencial) cunha análise de incertezas (mediante técnicas de regresión cuantil) nos que se poida cuantificar algunha das variabilidades ás que se ve sometido este sistema de medidas acústicas en contornas reais.

**Coñecementos específicos de utilidade para o desenvolvemento da proposta?**

Modelización matemática, simulación numérica, análise de datos, técnicas de regresión cuantil.

**Información adicional**

Esta proposta está aliñada cos obxectivos do proxecto de transición ecolóxica e transformación dixital do Ministerio de Ciencia e Innovación "Numerical characterization of coastal seabed environments using hydroacoustic data-driven techniques" (NumSeaHy)

**Título**

“Haces y teoría de la señal”

**Persoas que propoñen**

Leovigildo Alonso Tarrío / Ana Jeremías López

**Correos de contacto**

leo.alonso@usc.es / ana.jeremias@usc.es

**Áreas de investigación**

- M4 Ciencia e Coñecemento
- M4 Sociedade Dixital
- M4 Vida e Sostibilidade
- M4 Competitividade Industrial

**Resumo**

En el análisis de datos es frecuente que los datos se presenten asociados a una estructura. Se ha constatado que las estructuras más útiles para este tratamiento son de tipo combinatorio o topológico. Combinar el valor de los datos con su disposición en un grafo, un conjunto ordenado o, más en general, un espacio topológico permite combinar las características cuantitativas de los datos con las características cualitativas de su configuración abstracta, permitiendo obtener información útil del conjunto de datos.

Sin embargo, este punto de vista puede resultar insuficiente. Pensemos en una red de telefonía. Los postes se distribuyen de una determinada forma en un territorio (aspecto topológico de la distribución del sistema); y la señal depende de la frecuencia empleada, de la intensidad de la

señal y otros factores. Estos datos son independientes del contenido de la señal, pero es crucial para detectar la cobertura. De hecho, los huecos se pueden calcular por un proceso topológico, pero su fiabilidad dependerá de la redundancia entre los diversos postes.

Otro ejemplo lo da la red sensores de datos en un aeropuerto, que se comunican mediante un sistema determinado expresando por un grafo u otra estructura más general como las ya mencionadas. Los distintos sensores recopilan datos con una cierta redundancia. Esta redundancia no causa incoherencias dada una red de comunicaciones entre los sensores que permite sincronizar los datos. Se puede así dar el caso de que una avería modifique las características topológicas de la red de sensores y sin embargo, las condiciones de suficiencia de los datos sigue estando asegurada. Esto se puede modelar mediante una estructura denominada haz que lleva cuenta de los datos junto con la configuración de los dispositivos de recolección de datos. En concreto, es posible analizar qué averías que aun modificando la topología de la red de datos no alteran la coherencia y suficiencia de los datos. Esto se puede decidir mediante el análisis de ciertas características topológicas del haz de datos. Estas características se expresan en unos invariantes que se denominan cohomologías y que se calculan mediante estructuras de álgebra lineal.

La propuesta consiste en explorar aplicaciones en las que un modelo basado en teoría de haces

sobre grafos o, más en general, espacios finitos permita hacer análisis sobre la adecuación y tolerancia a fallos del sistema. El conocimiento y desarrollo de estos conceptos es un tema de trabajo habitual de varios equipos de trabajo del CITMAGA, especialmente en grupos asociados a álgebra y topología.

### **Coñecementos específicos de utilidade para o desenvolvemento da proposta?**

Estructuras alxébricas, álgebra homolóxica, topoloxía alxébrica

### **Información adicional**

Curry, Justin: Michael Dualities between cellular sheaves and cosheaves. J. Pure Appl. Algebra 222 (2018), no. 4, 966–993.

Curry, Justin: Michael Sheaves, cosheaves and applications. Thesis (Ph.D.)–University of Pennsylvania. 2014.

Mansourbeigi, Seyed M-H.: Sheaf Theory as a Foundation for Heterogeneous Data Fusion. Ph.D: thesis, Utah State University, 2018.